

令和5年度入学試験問題

数 学

(人文, 教育, 経済科, 農, 創生学部)

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で4ページある。(落丁、乱丁、印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。) 別に解答用紙が4枚ある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された2箇所に必ず記入すること。
- 5 解答時間は、90分である。
- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 4a_n + 6n - 2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする。 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^n a_k$ を n を用いて表せ。

2

一辺の長さが2の正四面体 ABCD において、辺 AB, BC, CD, DA, AC, BD の中点をそれぞれ P, Q, R, S, T, U とする。次の問いに答えよ。

- (1) 線分 PR の長さを求めよ。
- (2) $\cos \angle SBR$ の値を求めよ。
- (3) 四角形 PTRU を底面、点 Q を頂点とする四角錐の体積を求めよ。

3

k を実数とする。全体集合を実数全体の集合とし、その部分集合 A, B を次のように定める。

$$A = \{x \mid x^3 - x^2 - (k^2 + 4k + 4)x + k^2 + 4k + 4 = 0\}$$

$$B = \{x \mid x^3 - (k^2 + 3k + 3)x^2 + k^2x - k^4 - 3k^3 - 3k^2 = 0\}$$

次の問いに答えよ。

- (1) $k = -1$ のとき、集合 $A, B, A \cap B, A \cup B$ を、 $\{a, b, c\}$ のように集合の要素を書き並べて表す方法により、それぞれ表せ。空集合になる場合は、空集合を表す記号で答えよ。
- (2) 集合 B が集合 A の部分集合となるような k の値をすべて求めよ。そのような k の値が存在しない場合は、その理由を述べよ。
- (3) 集合 $A \cup B$ の要素の個数を求めよ。

4

p は $p \geq 0$ を満たす定数とし、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + (9 - p^2)x$$

と定める。次の問いに答えよ。

- (1) $p = 1$ のとき、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) $f'(x) = 0$ となる x の値を p を用いて表せ。
- (3) $x \geq 0$ において $f(x)$ が最小値をとる x の値を求めよ。