令和７年度入学試験問題

数　　　学

(人文学部，教育学部，経済科学部，農学部，
創生学部，医学部(保健学科検査技術科学専攻))

注　意　事　項

1　この問題冊子は，試験開始の合図があるまで開いてはならない。

2　問題冊子は，全部で４ページある。(落丁，乱丁，印刷不鮮明の箇所などがあった場合は申し出ること。)

別に解答用紙が４枚ある。

3　**解答はすべて，問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。**

4　受験番号は，各解答用紙の指定された２箇所に必ず記入すること。

5　解答時間は，90 分である。

6　下書きは，問題冊子の余白を使用すること。

7　問題冊子は，持ち帰ること。

1 座標平面上の原点を O とし，1 点 A$(a, -1)$ をとる。ただし，$a > 0$ とする。また，放物線 $y = x^2$ 上に点 B をとる。ただし，B は原点以外の点とする。次の問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が垂直になるときの点 B の座標を a を用いて表せ。また，そのときの三角形 OAB の面積 S を a を用いて表せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ が最大になるときの点 B の座標を a を用いて表せ。また，そのときの三角形 OAB の面積 T を a を用いて表せ。

(3) S と T は，(1) と (2) で求めたものとする。$S = 3T$ となるときの点 A の座標を求めよ。

◇M4(833—64)

2 2 次方程式 $x^2 - x - 1 = 0$ の解 $\alpha = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$，$\beta = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ に対して，数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \alpha^n + \beta^n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ により定める。次の問いに答えよ。

(1) a_1，a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2) 自然数 n に対して，$\alpha^{n+2} - \alpha^{n+1} = \alpha^n$，$\beta^{n+2} - \beta^{n+1} = \beta^n$ が成り立つことを示せ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$ で定める。自然数 n に対して，$b_{n+1} = a_n$ が成り立つことを示せ。

(4) 自然数 n に対して，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = a_{n+2} - 3$ が成り立つことを示せ。

(5) a_9 を求めよ。

3

1 個のさいころを 4 回続けて投げ，出る目の数を順に a，b，c，d とする。なお，さいころは 1 から 6 までの目が等しい確率で出るものとする。次の問いに答えよ。

(1) $a < b < c < d$ となる確率を求めよ。

(2) $a + b + c + d = 8$ となる確率を求めよ。

(3) $a(b + 1)(c + 2)(d + 3)$ が偶数になる確率を求めよ。

(4) $(a - b)(b - c)(c - d) = 0$ となる確率を求めよ。

4 a は $0 < a < 3$ を満たす実数とする。放物線 $y = -x^2 + 9$ と直線 $y = a(x + 3)$ で囲まれる部分の面積を S，放物線 $y = -x^2 + 9$ と 2 つの直線 $y = a(x + 3)$，$x = 3$ で囲まれる部分の面積を T とする。次の問いに答えよ。

(1) S を a を用いて表せ。必要ならば，

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta)\, dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

を用いてよい。

(2) $S + T$ を a を用いて表せ。

(3) $S + T$ の最小値とそのときの a の値を求めよ。