

令和 8 年度入学試験問題

数 学

(理学部, 工学部, 歯学部,
医学部(医学科, 保健学科放射線技術科学専攻))

注 意 事 項

- 1 この問題冊子は、試験開始の合図があるまで開いてはならない。
- 2 問題冊子は、全部で 6 ページある。(落丁, 乱丁, 印刷不鮮明の箇所などがあつた場合は申し出ること。)

別に解答用紙がある。
- 3 解答はすべて、問題ごとに指定された解答用紙に記入すること。指定と異なる解答用紙に記入された解答は零点となる。
- 4 受験番号は、各解答用紙の指定された 2 箇所に必ず記入すること。
- 5 受験学部, 学科, 専攻, 選抜方法により解答すべき問題(○印), 解答用紙の枚数及び解答時間は、下表のとおりである。

受験学部 (学科, 専攻, 選抜方法)	解答すべき問題(○印)						解答用紙 の枚数	解答時間
	1	2	3	4	5	6		
理学部(理数重点選抜)及び 工学部	○	○	○	○	○		5 枚	120 分
理学部(野外科学志向選抜)及び 医学部(保健学科放射線技術科学専攻)	○	○	○	○			4 枚	90 分
歯学部		○	○	○	○		4 枚	90 分
医学部(医学科)			○	○	○	○	4 枚	90 分

- 6 下書きは、問題冊子の余白を使用すること。
- 7 問題冊子は、持ち帰ること。

1

n を $2 \leq n \leq 11$ を満たす整数とする。 n 人がそれぞれ 1 から 10 までの整数の 1 つを無作為に選ぶとき、同じ整数を選ぶ人が少なくとも一組は存在する確率を $P(n)$ と表す。次の問いに答えよ。

(1) $P(2)$, $P(3)$, $P(11)$ をそれぞれ求めよ。

(2) $2 \leq n \leq 10$ を満たす整数 n に対して、

$$P(n) < P(n+1)$$

が成り立つことを示せ。

(3) $P(n) \geq 0.9$ を満たす整数 n をすべて求めよ。

2

α と β を $\alpha > 0$, $0 < \beta < 1$ を満たす実数とする。三角形 OAB において、線分 OA を $(1 + \alpha) : \alpha$ に外分する点を P、線分 AB を $\beta : (1 - \beta)$ に内分する点を Q、直線 PQ と辺 OB の交点を R とする。三角形 OAB の面積を S と表し、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 三角形 AOQ と三角形 APQ の面積を α , β , S を用いて表せ。
- (2) ベクトル $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$ を α , β , $\vec{a}$, $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (3) ベクトル $\overrightarrow{OR}$ を α , β , $\vec{b}$ を用いて表せ。
- (4) 三角形 APQ と三角形 BQR の面積が等しいとき、ベクトル $\overrightarrow{OR}$ を α と $\vec{b}$ を用いて表せ。

3

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が

$$S_n = \frac{2}{3}a_n + 2 \cdot 3^{n-2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) S_1, S_2, S_3 の値をそれぞれ求めよ。

(2) S_{n+1} を S_n と n を用いて表せ。

(3) $T_n = \frac{S_n}{(-2)^n}$ とおくとき, T_n を n を用いて表せ。

(4) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4

k を実数とし、 $f(x) = xe^{2x} - kx$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。

(2) 方程式 $f(x) = 0$ が $x \geq 0$ の範囲に 2 つの異なる解をもつときの k の値の範囲を求めよ。また、このときの方程式の大きい方の解を a とするとき、 k を a を用いて表せ。

(3) (2) で与えられた a が $0 < a \leq 1$ の範囲にあるとき、

$$S = \int_0^1 |f(x)| dx$$

を a を用いて表せ。

(4) (3) において、 S の最小値とそのときの a の値を求めよ。

5

$$\alpha = \cos \frac{2\pi}{11} + i \sin \frac{2\pi}{11}, \quad \beta = \cos \frac{2\pi}{11} - i \sin \frac{2\pi}{11} \quad \text{とし,}$$

$$A = \alpha + \alpha^3 + \alpha^4 + \alpha^5 + \alpha^9, \quad B = \beta + \beta^3 + \beta^4 + \beta^5 + \beta^9$$

とおく。ただし、 i は虚数単位とする。次の問いに答えよ。

(1) $\alpha^{11} + \beta^{11}$ と $\alpha^2 - \beta^9$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) $A + B$ の値を求めよ。

(3) AB の値を求めよ。

(4) $A - B$ の値を求めよ。

6

正の整数 n に対して,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^{2n-1} dx$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) I_1 の値を求めよ。

(2) $I_{n+1} + I_n$ を n を用いて表せ。

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ のとき,

$$0 \leq \tan x \leq \frac{4}{\pi} x$$

が成り立つことを示せ。

(4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k}$ を求めよ。