

1 解答例

問1 $ma = -kx$

問2 力学的エネルギー保存則より $\frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$ $v_0 > 0$ より, $v_0 = x_0\sqrt{\frac{k}{m}}$

問3 衝突直後の P、Q の速度を v 、 v' とする。弾性衝突なので反発係数は 1 である。運動量保存則および反発係数の式より,

$$mv_0 = mv + m'v' \quad (1)$$

$$1 = -\frac{v - v'}{v_0 - 0} \quad (2)$$

(2) より $v = v' - v_0$

(1) に代入 $mv_0 = m(v' - v_0) + m'v'$

$$v' = \frac{2m}{m + m'}v_0$$

よって、衝突直後の小球 Q の速さは $|v'| = \frac{2m}{m + m'}v_0$

問4 位置 x で小球が受ける万有引力のトンネルに平行な成分は

$$-\frac{GM}{R^3}m \cdot \frac{x}{r} = -\frac{GmM}{R^3}x$$

となる。これが復元力となるので, K は

$$K = \frac{GmM}{R^3}$$

問5 原点 O を中心とした単振動になるので振幅 A_0 は AO 間の長さとなる。三平方の定理より

$$A_0 = \sqrt{R^2 - h^2}$$

単振動の角振動数 ω は

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{GmM}{R^3}}{m}} = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}$$

問6 単振動の速度の式より原点 O を通るときを $t = 0$ とすると速度 v は, 問5の結果を用いて,

$$v = A_0\omega \cos \omega t = \sqrt{\frac{GM(R^2 - h^2)}{R^3}} \cos \omega t$$

となる。点 O を通過するときの v の大きさは、

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM(R^2 - h^2)}{R^3}}$$

問7 問4のときと同様に、位置 x で小球 Q が受ける万有引力のトンネルに平行な成分は

$$-\frac{GM}{R^3}m' \cdot \frac{x}{r} = -\frac{Gm'M}{R^3}x$$

これが復元力となるので, 復元力 F は

$$F = -\frac{Gm'M}{R^3}x$$

問8 Q が点 O に再び戻るまでの運動は問 7 の復元力による単振動である。この単振動の周期 T は問 5 の結果より角振動数が小球の質量に依らないことから、

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

点 O を出て再び点 O に最初に戻るまでの時間 t' は周期 T の半分なので、

$$t' = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

2 解答例

問1 静電気力の大きさ： $\frac{kQ^2}{4a^2}$ ， 向き： ①

問2 点Aの電荷の作る電場の y 成分は $\frac{-kQ}{a^2+b^2} \times \frac{b}{(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}}$ ，

点Bの電荷が作る電場の y 成分は $\frac{kQ}{a^2+b^2} \times \frac{b}{(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}}$

よって，電場の y 成分は打ち消しあって0となる。

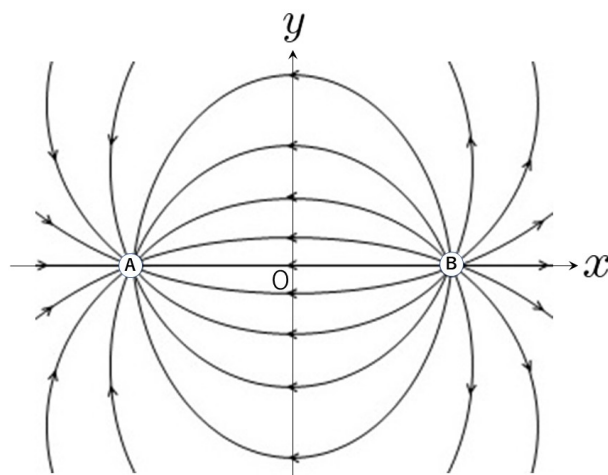
点Aの電荷の作る電場の x 成分と点Bの電荷が作る電場の x 成分は等しくどちらも，

$\frac{kQ}{a^2+b^2} \times \frac{a}{(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}}$ となるので，

電場の大きさ： $E = \frac{2kQa}{(a^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$ ， 向き： ⑤

問3 点Aの電荷が点Pに作る電位は $\frac{-kQ}{(a^2+b^2)^{\frac{1}{2}}}$

問4



問5 点Aの電荷による電位を V_A ，点Bの電荷による電位を V_B とすると

$$V_A = \frac{-kQ}{\{(X+a)^2 + Y^2\}^{\frac{1}{2}}}, \quad V_B = \frac{kQ}{\{(X-a)^2 + Y^2\}^{\frac{1}{2}}}$$

求める電位はこれらの和となる。

$$V = V_A + V_B = \frac{-kQ}{\{(X+a)^2 + Y^2\}^{\frac{1}{2}}} + \frac{kQ}{\{(X-a)^2 + Y^2\}^{\frac{1}{2}}}$$

問6 近似式を使うと

$$V \doteq \frac{-kQ}{(X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}} \left(1 - \frac{aX}{X^2 + Y^2}\right) + \frac{kQ}{(X^2 + Y^2)^{\frac{1}{2}}} \left(1 + \frac{aX}{X^2 + Y^2}\right) = \frac{2kQaX}{(X^2 + Y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

よって， $C = 2kQaX$

問7 点 A の電荷による電場ベクトルを $\vec{E}_A$, 点 B の電荷による電場ベクトルを $\vec{E}_B$ とすると, $\vec{E}_A$ は点 P' から点 A へ向かう向きなので, 点 A の電荷による電場ベクトルの x 成分 E_{Ax} は

$$E_{Ax} = -\frac{kQ}{(X+a)^2 + Y^2} \frac{X+a}{\{(X+a)^2 + Y^2\}^{\frac{1}{2}}} = -\frac{kQ(X+a)}{\{(X+a)^2 + Y^2\}^{\frac{3}{2}}}$$

$\vec{E}_B$ は点 B から点 P' へ向かう向きなので, 点 B の電荷による電場ベクトルの x 成分 E_{Bx} は

$$E_{Bx} = \frac{kQ}{(X-a)^2 + Y^2} \frac{X-a}{\{(X-a)^2 + Y^2\}^{\frac{1}{2}}} = \frac{kQ(X-a)}{\{(X-a)^2 + Y^2\}^{\frac{3}{2}}}$$

よって

$$E_x = E_{Ax} + E_{Bx} = -\frac{kQ(X+a)}{\{(X+a)^2 + Y^2\}^{\frac{3}{2}}} + \frac{kQ(X-a)}{\{(X-a)^2 + Y^2\}^{\frac{3}{2}}}$$

近似式を使うと

$$\begin{aligned} E_x &\doteq \frac{-kQ(X+a)}{(X^2 + Y^2)^{\frac{3}{2}}} \left(1 - \frac{3aX}{X^2 + Y^2}\right) + \frac{kQ(X-a)}{(X^2 + Y^2)^{\frac{3}{2}}} \left(1 + \frac{3aX}{X^2 + Y^2}\right) \\ &= \frac{-2kQa}{(X^2 + Y^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{6kQaX^2}{(X^2 + Y^2)^{\frac{5}{2}}} \end{aligned}$$

つまり, $D = 6kQaX^2$

問8 電荷は x 軸上のみに存在するので, x 軸上での電場ベクトルは x 成分のみである。よって, 点 R' における電場ベクトルの大きさと点 R における電場ベクトルの大きさの比を計算すると

$$\frac{|E_x(x = 2X_0, y = 0)|}{|E_x(x = X_0, y = 0)|} \doteq \frac{\frac{4kQa}{(2X_0)^3}}{\frac{4kQa}{X_0^3}} = \frac{1}{8}$$

つまり $\frac{1}{8}$ 倍

問9 点 R での小物体の速さを v' とすると, 力学的エネルギーの保存則より,

$$\frac{2kQaq}{X_0^2} + \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{2kQaq}{(2X_0)^2} + \frac{1}{2}mv^2$$

点 R を通過するためには, $v'^2 > 0$ であることが必要であるから

$$v^2 > \frac{3kQqa}{mX_0^2}$$

$v > 0$ なので

$$v > \sqrt{\frac{3kQqa}{mX_0^2}}$$

つまり, $v_0 = \sqrt{\frac{3kQqa}{mX_0^2}}$

3 解答例

[1]

問1 過程 A→B では、気体は仕事をすることなく、断熱膨張で熱の出入りもないことから、熱力学第一法則より、内部エネルギーは変化しないため、温度も変化しない。

問2 状態 A と状態 B は温度 T が等しいので、ボイルの法則（あるいは、理想気体の状態方程式）より、

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

従って、

$$p_2 = \frac{V_1}{V_2} p_1$$

問3 状態 B と状態 C において、状態方程式はそれぞれ、

$$p_2 V_2 = RT, \quad p_2 V_1 = R(T + \Delta T)$$

従って、

$$\Delta T = \frac{p_2(V_1 - V_2)}{R}$$

また、 $V_1 < V_2$ より、 ΔT は負

問4 過程 B→C は定圧変化より、気体が吸収した熱は、 $C_p \Delta T$

また、この課程で気体がされた仕事は、 $-p_2(V_1 - V_2) = -R\Delta T$

従って、気体の内部エネルギーの変化は、熱力学第一法則より、

$$\Delta U = C_p \Delta T - R\Delta T = (C_p - R)\Delta T$$

問5 過程 C→A は定積変化より、気体が吸収した熱は、 $C_V(-\Delta T)$

また、この課程で気体がされた仕事は、体積一定より、0

従って、気体の内部エネルギーの変化は、熱力学第一法則より、

$$\Delta U' = -C_V \Delta T$$

問6 循環する過程で元の状態 A に戻るので、内部エネルギー変化の総和は 0 より、

$$\Delta U + \Delta U' = 0$$

問4 と問5 の結果を代入すると、

$$\Delta U + \Delta U' = (C_p - R)\Delta T - C_V \Delta T = (C_p - C_V - R)\Delta T = 0$$

従って、

$$C_p - C_V = R$$

3〔2〕 解答例

問1. 相似形であるから

$$\frac{d}{x} = \frac{D}{L}$$

$$d = \frac{Dx}{L}$$

問2. 屈折率の小さい方から大きい方に入射したときに位相が反転するため、正解は(b)である。

$$\text{問3. } 2n_2d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

問4. 問1の答えを変形し,

$$\begin{aligned} x &= \frac{dL}{D} \\ &= \frac{L}{D} \cdot \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{2n_2} \\ &= \frac{\lambda L}{4Dn_2} \quad (\because m = 0) \\ &= \frac{4.0 \times 10^{-7} \times 0.10}{4 \times 0.10 \times 10^{-3} \times 1.0} \\ &\approx 1.0 \times 10^{-4} \text{ m} \end{aligned}$$

問5. 空気層の下面で反射した光のみ位相は反転する。そのため、反射光が強めあう条件は

$$2nd = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

となる。明線の間隔は

$$\begin{aligned} x_{m+1} - x_m &= \frac{L}{2D} \cdot \frac{\left(m + \frac{1}{2} + 1\right)\lambda}{n} - \frac{L}{2D} \cdot \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda}{n} \\ &= \frac{\lambda L}{2Dn} \\ &= \frac{4.0 \times 10^{-7} \times 0.10}{2 \times 0.10 \times 10^{-3} \times 1.5} \quad (\because n = 1.5) \\ &\approx 1.3 \times 10^{-4} \text{ m} \end{aligned}$$

となる。